Brevet des collèges - Métropole - Juin 2013

Exercice n° 1 — 4 points

1) Pour $AM = 1$ cm et pour $AM = 3$ cm, l'aire de $MNPQ$ est égale à 10 cm^2.

2) Lorsque $AM = 0,5$ cm, l'aire de $MNPQ$ est entre 12 cm^2 et 13 cm^2.

3) Lorsque $AM = 2$ cm, l'aire de $MNPQ$ atteint son minimum soit 8 cm^2.

Exercice n° 2 — 4 points

1) L'image de -3 par f est 22.

2) $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = -28$

3) $f(x) = -5x + 7$

4) =B1^2+4

Exercice n° 3 — 6 points

1) Calculons le salaire moyen des femmes :

$$M = \frac{1\ 200 + 1\ 230 + 1\ 250 + 1\ 310 + 1\ 370 + 1\ 400 + 1\ 440 + 1\ 500 + 1\ 700 + 2\ 100}{10} = 1\ 450$$

Le salaire moyen des hommes étant de 1 769 €, il est beaucoup plus élevé que celui des femmes.

2) Dans cette entreprise, il y a 10 femmes et 20 hommes, il y a donc 10 femmes sur un total de 30 employés.
La probabilité de tirer au sort une femme est donc : $P = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

3) Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 € alors que le plus bas salaire des femmes est de 1 200 €. Il y a donc un homme qui a un salaire de 1 000 €.
Par ailleurs, l'étendue des salaires des hommes étant de 2 400 €, le salaire le plus élevé des hommes est donc de 3 400 €($1\ 000 + 2\ 400$).
Comme le meilleur salaire des femmes est de 2 100 € alors le meilleur salaire de l'entreprise est de 3 400 €.

4) Une seule femme gagne plus de 2 000 €.
Pour les 20 hommes, la médiane étant 2 000 €, cela signifie que la moitié des hommes, donc 10 hommes, gagnent plus de 2 000 €.
Au total, ils sont donc 11 à gagner plus de 2 000 €.

Exercice n° 4 **5 points**

Figure 1

Dans le triangle ABC rectangle en A :

$\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin\widehat{ABC} = \dfrac{3}{6}$ donc $\widehat{ABC} = 30°$

Figure 2

Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre $[AB]$.
Or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors il est rectangle.
Donc le triangle ABC est rectangle en C

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° donc $\widehat{ABC} = 180° - \widehat{BCA} - \widehat{CAB} = 180° - 90° - 59° = 31°$

Figure 3

$ABCDE$ est un pentagone régulier.
Or, tous les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone ont la même mesure.
Donc $\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{5} = 72°$.

Dans le triangle AOB isocèle en O, les angles à la base sont égaux et la somme des angles est égale à 180° donc : $\widehat{ABO} = (180° - 72°) \div 2 = 54°$.

Avec le même raisonnement, on pourrait montrer que $\widehat{OBC} = 54°$.

Finalement, les angles $\widehat{ABO}$ et $\widehat{OBC}$ étant adjacents : $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC} = 54° + 54° = 108°$.

Exercice n° 5 **7 points**

1) Calculons le volume des 300 parpaings : $V_{parpaings} = 300 \times (0,1\text{ m} \times 0,2\text{ m} \times 0,5\text{ m}) = 3\text{ m}^3$.
Calculons le volume transportable : $V_{transportable} = 2,60\text{ m} \times 1,56\text{ m} \times 1,84\text{ m} = 7,46304\text{ m}^3$.

Tous les parpaings entrent donc dans le fourgon.

Par contre, un parpaing pèse 10 kg donc les 300 parpaings pèsent (300×10) 3 000 kg. Or, le fourgon ne peut transporter que 1,7 tonnes soit 1 700 kg par trajet. Avec 2 aller-retours, il pourra transporter 3 400 kg de parpaings.

2) Il doit faire deux aller-retour donc 40 km.
La consommation d'essence est proportionnelle à la distance :

Consommation d'essence (en L)	8	c
Distance (en km)	100	40

$c = \dfrac{40 \times 8}{100} = 3,2$

Il consomme 3,2 L d'essence à 1,50 €le litre. L'essence lui coûtera donc : $3,2 \times 1,5 = 4,8$ €.

La location coûtera 55 € car il fait plus de 30 km et moins de 50 km.

Le coût total du transport est donc de 59,80 € $(55 + 4,8)$.

3) 100 km est le double de 50 km alors que 61 € n'est pas le double de 55 €. Le tarif de location n'est donc pas proportionnel à la distance maximale autorisée.

Exercice n^o 6 **5,5 points**

1) **a)** En utilisant le théorème de Thalès on a l'égalité :

$$\frac{AB}{AO} = \frac{CB}{SO}$$

$$\frac{3,20}{3,20 + 2,30 + 2,5} = \frac{1}{SO} \quad \text{soit} \quad \frac{3,20}{8} = \frac{1}{SO} \quad \text{donc} \quad SO = \frac{8 \times 1}{3,20} = 2,5 \text{ m.}$$

On retrouve bien que la hauteur de ce cône de sel est de 2,50 m.

b) $V_{cône} = \dfrac{\pi \times 2,5^2 \times 2,5}{3} \approx 16 \text{ m}^3$

2) Pour un cône de hauteur 6 m, son volume est : $\dfrac{\pi \times R^2 \times 6}{3} = 2\pi \times R^2$.

Déterminons le rayon pour que ce volume soit de 1 000 m^3.

$2\pi \times R^2 = 1\ 000$ soit $R^2 = \dfrac{1\ 000}{2\pi}$ donc $R = \sqrt{\dfrac{1\ 000}{2\pi}} \approx 12,6$ m.

Le rayon du tas de sel doit être supérieur à 12,6 m pour que la hauteur soit inférieure à 6 m.

Exercice n^o 7 **4,5 points**

Affirmation 1

Si les trois quarts des adhérents sont mineurs alors un quart de ces adhérents sont majeurs et parmi eux le tiers ont plus de 25 ans et les deux tiers ont moins de 25 ans.
Les adhérents entre 18 et 25 ans représentent donc : $\dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$.

Cette affirmation est donc vraie.

Affirmation 2

Prenons, par exemple, un article à 100 €. Après une première baisse de 30 % son prix devient 70 €. Après une deuxième baisse de 20 % son prix est maintenant de : $70 \times 0,8 = 56$.

L'article qui valait 100 € vaut maintenant 56 €, la baisse n'a donc pas été de 50 %. Cette affirmation est donc fausse.

Affirmation 3
$(n+1)^2 - (n-1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$

Cette affirmation est donc vraie.