Correction Epreuve de Brevet Amérique du Nord - 2011

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 :

1. a) Effectuons les calculs.
$11 \times (2 \times 9) = 11 \times 18 = 198$.

$$11 \times (2 \times 9) = 198$$

$10^2 + 2 = 100 + 2 = 102$.

$$10^2 + 2 = 102$$

b) Entiers choisis par le professeur :

Les trois entiers choisis par le professeur sont 9 ; 10 et 11.

2. a) Vérifions si 6 est le deuxième nombre choisi par le professeur. Si le professeur a choisi 6 comme deuxième nombre alors on aurait : $7 \times (2 \times 5) = 7 \times 10 = 70$ qui doit être égal à :
$6^2 + 2 = 36 + 2 = 138$, ce qui n'es pas le cas.

Le professeur n'a donc pas choisi 6 comme deuxième nombre.

b) Vérifions si -7 est le deuxième nombre choisi par le professeur.
Si le professeur a choisi -7 comme deuxième nombre alors on aurait : $-8 \times (2 \times -6) = -8 \times -12 = 96$ qui doit être égal à :
$(-7)^2 + 2 = 49 + 2 = 51$, ce qui n'es pas le cas.

Le professeur n'a pas choisi -7 non plus comme deuxième nombre.

c) Raisonnement d'Arthur : Si n est le deuxième nombre, $(\mathrm{n}-1)$ est le premier nombre et $(\mathrm{n}+1)$ sera le troisième nombre.
Les expressions $(\mathrm{n}+1) \times 2 \times (\mathrm{n}-1)$ et (n^2+2) ont la même valeur algébrique. Ce qui donne l'équation suivante :

$$\begin{aligned}(\mathrm{n}+1) \times 2 \times (\mathrm{n}-1) = (\mathrm{n}^2+2) &\Longrightarrow 2 \times (\mathrm{n}^2-1) = (\mathrm{n}^2+2)\\ &\Longrightarrow 2n^2-2 = n^2+2\\ &\Longrightarrow 2n^2-n^2 = 2+2\\ &\Longrightarrow n^2 = 4\end{aligned}$$

$n^2 = 4$, Arthur a bien raison

Les valeurs possibles des entiers choisis sont donc (-1 ; -2 ;-3) ou bien (1 ; 2 ; 3)

Exercice 2 :

1. Calcul de la distance qui sépare le satellite et la terre :
Si v est la vitesse de la lumière, d la distance séparant le satellite de la terre et t le temps mis pour parcourir cette distance ; on a :

$$v = \frac{d}{t} \Longrightarrow d = vt$$

$$d = 300000 \times \frac{1}{75} = \frac{300000}{75} = 4000$$

$$d = 4000 \text{ km}$$

2. Calcul de la distance entre la terre et le soleil :
Si d' est la distance qui nous sépare du soleil, t' le temps mis par la lumière pour nous parvenir ;on a alors :
$d' = v \times t'$; $d' = 300000 \times (30 + 8 \times 60) = 153000000 = 1,53.10^8$

$$d' = 1,53.10^8 \text{ km}$$

Exercice 3 :

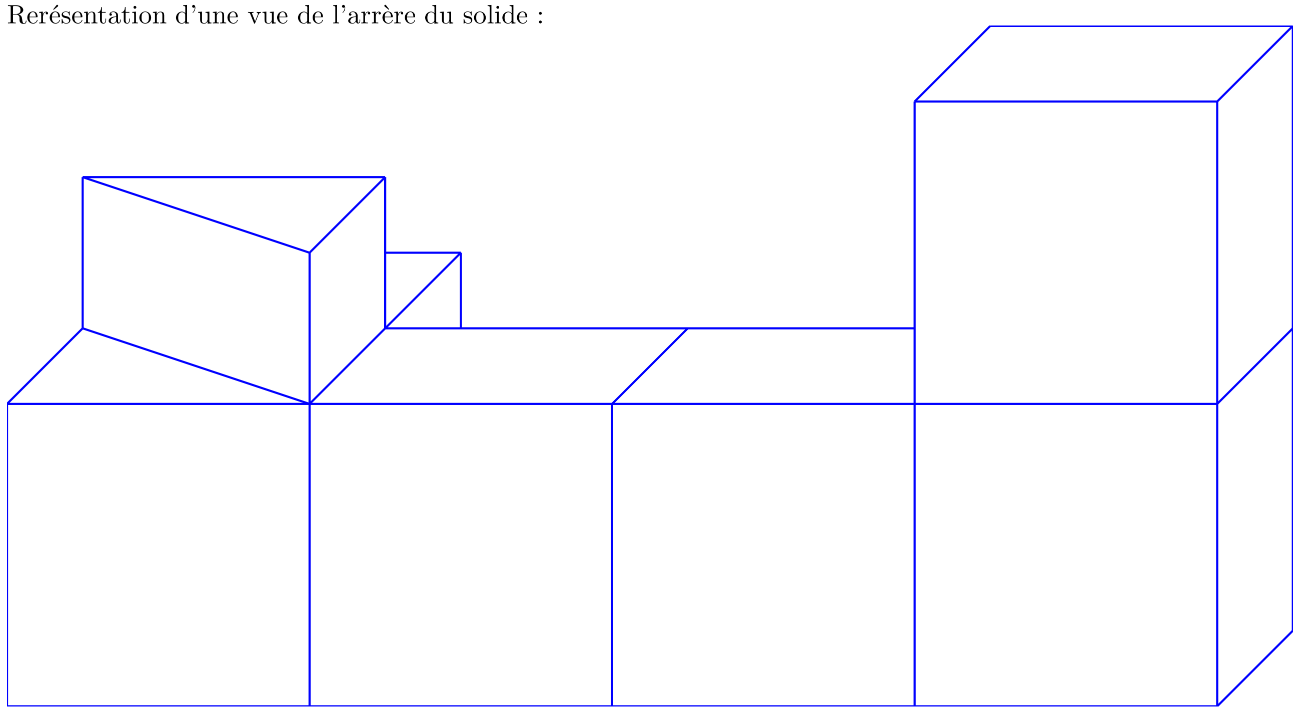
Les fonds colorés correspondent aux réponses correctes.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1)	Quelle est la forme factorisée de $(x+1)^2-9$?	$(x-2)(x+4)$	x^2+2x-8	$(x-8)(x+10)$
2)	Que vaut $5^n \times 5^m$?	5^{nm}	5^{n+m}	25^{n+m}
3)	À quelle autre expression le nombre $\frac{7}{3}-\frac{4}{3}\div\frac{5}{2}$ est-il égal	$\frac{3}{3}\div\frac{5}{2}$	$\frac{7}{3}-\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}$	$\frac{27}{15}$
4)	Quels sont les nombres premiers entre eux ?	774 et 338	63 et 44	1035 et 774
5)	Quel nombre est en écriture scientifique ?	$17,3\times10^{-3}$	$0,97\times10^{7}$	$1,52\times10^{3}$

ACTIVITÉS GÉOMÉRIQUES

Exercice 1 :

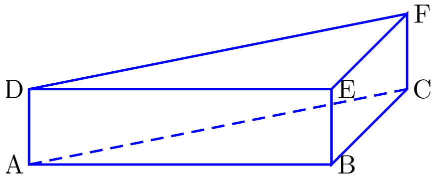
1. Rerésentation d'une vue de l'arrère du solide :



2. Calcul du volume du solide :
Si V est le volume du solide, V est la somme entre le volume des 6 cubes et celui du prisme. On a donc :
$V = 6\times4^3+\frac{4^3}{4} = 6\times64+\frac{64}{4} = 384+16 = 400$

$$V = 400 \text{ cm}^3$$

3. a) Nature de la base du prisme :



La base du prisme droit est un triangle rectangle et isocèle de sommet principal le point B

Les arrêtes [AB] et [BC] du cube sectionné sont perpendiculaires et ont la même longueur

b) Vérifions que la longueur AC = $4\sqrt{2}$ cm :
ABC est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de pythagore, nous avons :
$AC^2 = AB^2 + BC^2 \implies AC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$
$AC^2 = 32 \implies AC = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

$AC = 4\sqrt{2}$ cm

c) Déduction de la valeur exacte de l'aire ACFD :
ACFD est un rectangle, son aire A a pour expression : A = AC × CF $\implies A = 4\sqrt{2} \times 2 = 8\sqrt{2}$

$A = 8\sqrt{2}$ cm $^2 \approx 113{,}14$ mm ^{2}

Exercice 2 :

1. Calculons la valeur exacte de la distance BC.
ABC est un triangle rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore, nous avons :
$AB^2 = AC^2 + BC^2 \implies BC^2 = AB^2 - AC^2$
$BC^2 = 30^2 + 25^2 = 900 - 625 = 275.$
$BC^2 = 275 \implies BC = \sqrt{275} = \sqrt{11 \times 25} = 5\sqrt{11}$

$BC = 5\sqrt{11}$ cm

2. Calcul de BD à 10^{-3}mm près :
ACD est un triangle rectangle en C.
L'angle $(\widehat{CAD})$ mesure 49^0

$$\left.\begin{aligned} tan(\widehat{CAD}) &= \frac{DC}{AC} \\ tan(\widehat{CAD}) &= tan(49) \end{aligned}\right\} \implies \frac{DC}{AC} = tan(49)\,;\text{ ce qui donne : } DC = AC \times tan(49)$$

Or, BD = BC + CD = BC + $AC \times tan(49)$
$BD = 5\sqrt{11} + 25 \times tan(49) \approx 45{,}3423$

BD ≈ 453,423 mm

Exercice 3 :

1. Calculer la longueur AR :
Les points O, A et R étant alignés, OA + AR = OR $\implies$ AR = OR − OA = 6,84 − 3,8 = 3,04

AR = 3,04 cm

2. Calculer la longueur OK :
Les triangles RAS et ROK sont en position du théorème de Thalès. D'arès le théorème de Thalès on a :
$$\frac{OK}{AS} = \frac{RO}{RA} \implies OK = AS \times \frac{RO}{RA} \implies OK = 5 \times \frac{6,84}{3,04} = 11{,}25$$

OK = 11,25 cm

3. Quel est le périmètre du triangle ROK ?
Le périmètre d'un polygoge étant égal à la somme des côtés alors, si P est ce périmètre :
P = KR + OR + OK $\Longrightarrow$ P = 7,2 + 6,84 + 11,25 = 25,29

P = 25,29 cm

PROBLÈME

Partie 1 :

1. Tableau 1 complété :

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	20 × 500 = 10000
1	19	550	19 × 550 = 10450
2	18	600	18 × 600 = 10800
4	16	700	16 × 700 = 11200

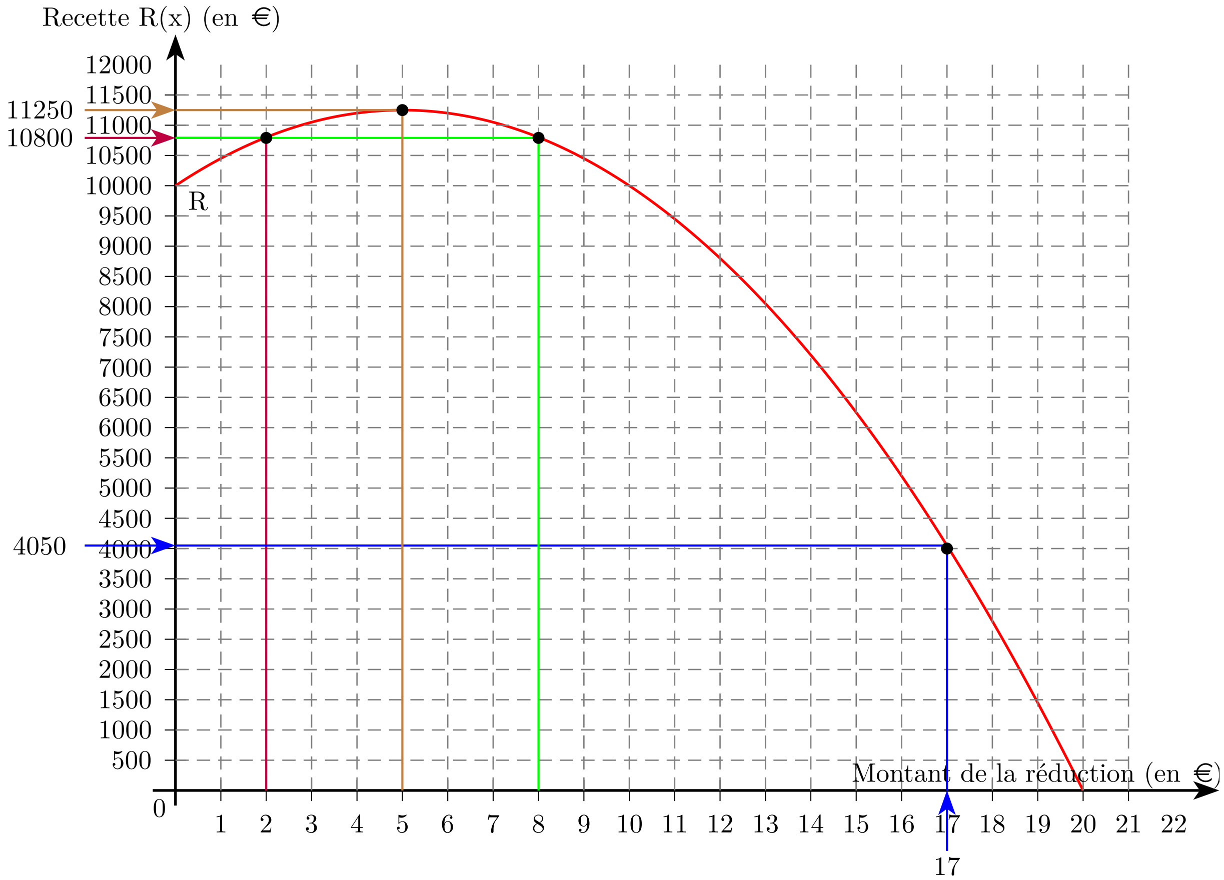
2. Tableau 2 complété :

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
x	$20 - x$	$500 + 50x$	$(20-x) \times (500+50x)$

3. Développons l'expression de la recette.
$(20-x) \times (500+50x) = 10000 + 1000x - 500x - 50x^2 = 10000 + 500x - 50x^2$

$$(20-x) \times (500+50x) = -50x^2 + 500x + 10000$$

Partie 2 :
Annexe 2 complétée :



1. Pour une réduction de 2 €, la recette est de 10800 €.

2. Pour une recette de 4050 €, la réduction est est de 17 €.

   Le prix de la place est alors 20 € − 17 € = 3 €.

3. L'image de 8 par la fonction R est le nombre 10800.

   Ce qui signifie que pour une réduction de 8 €, la recette est égale à 10800 €

4. La recette maximale est égale à 11250 €, le prix de la place est alors 5 €.

Partie 3 :

Calcul du nombre de places disponibles dans le théâtre :

- Calcul de l'aire A_1 des deux trapèzes :
  $A_1 = \dfrac{((16-2)+13\times 2)\times 10}{2}$ où (16−2) est la petite base, 2×13 la grande base et 10 la hauteur. $A_1 = 200$ m^2
- Calcul de l'aire A_2 des deux quarts de disques :
  $A_2 = \dfrac{(\pi \times (13)^2)}{2}$, les deux quarts de disques de mêmes dimentions forment un demi-disque : $A_2 = 265{,}46$ m^2
- Calcul de l'aire totale A de la salle de spectacle :
  $A = A_1 + A_2 = 200 + 265{,}46 = 465{,}46$: $A = 465{,}46$ m^2
- Calcul du nombre de places disponibles dans le théâtre :
  Soit N le nombre de places disponibles dans le théâtre : N $= \dfrac{A_1 \ + \ A_2}{1.8} = \dfrac{465,46}{1.8} = 258{,}6 \approx \ 259$

Il y a donc 259 places disponibles dans le théâtre