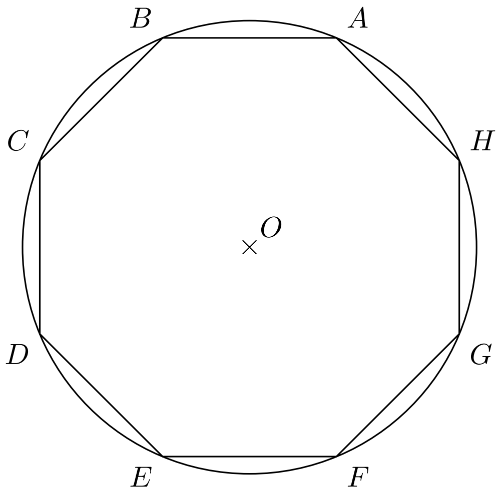
Brevet des collèges - Métropole - Juin 2014

Exercice 1 : (5 points)

1) Construction de l'octogone :



2) On sait que A est sur le cercle de diamètre $[DH]$.
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors il est rectangle.
Donc le triangle DAH est rectangle en A.

3) $ABCDEFGH$ est un octogone régulier inscrit dans un cercle de centre O donc $\widehat{BOA} = \dfrac{360°}{8} = 45°$ et $\widehat{BOH} = 2 \times \widehat{BOA} = 2 \times 45° = 90°$.

On sait que :
– $\widehat{BEH}$ est un angle inscrit dans le cercle qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{BH}$.
– $\widehat{BOH}$ est un angle au centre du cercle qui intercepte le même arc.
Or, si un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

Donc $\widehat{BEH} = \dfrac{\widehat{BOH}}{2} = \dfrac{90°}{2} = 45°$.

Exercice 2 : (6 points)

1) Pour l'achat d'un seul cahier, les magasins A et B ne proposent pas de réduction alors que le magasin C propose 30 % de réduction, il est donc plus intéressant.

2) Notons P le prix d'un cahier.

a) Pour deux cahiers :
– Magasin A : pas de réduction, il faudra payer $2P$.
– Magasin B : le deuxième à moitié prix, il faudra payer $P + \dfrac{P}{2} = 1,5P$.
– Magasin C : 30 % de réduction, le prix est donc multiplié par $0,7$, il faudra payer $2 \times P \times 0,7 = 1,4P$.
Pour l'achat de deux cahiers, le magasin C est le plus intéressant.

b) Pour trois cahiers :
– Magasin A : 3 cahiers pour le prix de 2, il faudra payer $2P$.
– Magasin B : le deuxième à moitié prix, il faudra payer $P + \dfrac{P}{2} + P = 2,5P$.
– Magasin C : 30 % de réduction, le prix est donc multiplié par $0,7$, il faudra payer $3 \times P \times 0,7 = 2,1P$
Pour l'achat de trois cahiers, le magasin A est le plus intéressant.

3) Une réduction de 30 % revient à multiplier le prix par 0,7. Une réduction de 10 % revient à multiplier le prix par 0,9. Si on cumule les 2 réductions, le prix est donc multiplié par $0,7 \times 0,9 = 0,63 = 1 - 0,37$.
Léa a obtenu une réduction de 37 %.

Exercice 3 : (5 points)

1) Si on choisit 8 :

$$\begin{tikzcd}
 & \boxed{8} \arrow[dl, "\text{Soustraire 6}"'] \arrow[dr, "\text{Soustraire 2}"] & \\
\boxed{2} \arrow[dr, "\text{Multiplier}"'] & & \boxed{6} \arrow[dl] \\
 & \boxed{12} &
\end{tikzcd}$$

2) Proposition 1 : Par exemple, si on choisit 3 comme nombre de départ, on obtient $-3 \times 1 = -3$ et -3 est négatif. La proposition est donc **vraie**.

Proposition 2 :

$$\begin{tikzcd}
 & \boxed{\dfrac{1}{2}} \arrow[dl, "\text{Soustraire 6}"'] \arrow[dr, "\text{Soustraire 2}"] & \\
\boxed{\dfrac{1}{2} - 6 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{12}{2} = \dfrac{-11}{2}} \arrow[dr, "\text{Multiplier}"'] & & \boxed{\dfrac{1}{2} - 2 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{2} = \dfrac{-3}{2}} \arrow[dl] \\
 & \boxed{\dfrac{-11}{2} \times \dfrac{-3}{2} = \dfrac{33}{4}} &
\end{tikzcd}$$

La proposition est donc **vraie**.

Proposition 3 : Notons x le nombre de départ.

$$\begin{tikzcd}
 & \boxed{x} \arrow[dl, "\text{Soustraire 6}"'] \arrow[dr, "\text{Soustraire 2}"] & \\
\boxed{x - 6} \arrow[dr, "\text{Multiplier}"'] & & \boxed{x - 2} \arrow[dl] \\
 & \boxed{(x-6)(x-2)} &
\end{tikzcd}$$

On cherche donc un nombre de départ x, tel que $(x-6)(x-2) = 0$.
Or, si un produit est nul alors au moins un de ses facteurs est nul. Donc $x - 6 = 0$ ou $x - 2 = 0$, finalement le programme donne 0 seulement si le nombre de départ est 6 ou 2.
La proposition est donc **vraie**.

Proposition 4 : Si on note x le nombre de départ, le résultat du programme est :
$(x-6)(x-2) = x^2 - 2x - 6x + 10 = x^2 - 8x + 10$.
On sait qu'une fonction linéaire est de la forme $f(x) = ax$, ce n'est pas le cas ici donc la proposition est **fausse**.

<u>Exercice 4</u> : (3 points)

1) **a)** La couleur la plus présente dans le sac est le jaune.

b) =B2/A2

2) $\dfrac{1}{5} \times 20 = 4$, il y a 4 jetons rouges dans ce sac.

<u>Exercice 5</u> : (4 points)

<u>Question 1</u> : **d)** 8

<u>Question 2</u> : **a)** 10 m.s^{-1}

<u>Question 3</u> : **c)** $\sqrt{21}$

<u>Question 4</u> : **a)** 25

<u>Exercice 6</u> : (6 points)

1) Le quadrilatère $PQCA$ est un rectangle car il possède 3 angles droits donc ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur donc $QC = PA = 0,65$ m.
Les points Q, K et C sont alignés dans cet ordre donc $QK = QC - KC = 0,65 - 0,58 = 0,07$ m.
$\dfrac{QK}{QP} = \dfrac{0,07}{5} = 0,014$
Les feux de croisement de Pauline sont effectivement réglés avec une inclinaison de 0,014.

2) Dans le triangle QPK rectangle en Q :
$\tan \widehat{QPK} = \dfrac{QK}{PQ}$
$\tan \widehat{QPK} = \dfrac{0,07}{5}$
Donc $\widehat{QPK} \approx 0,8°$.

3) <u>Méthode 1</u> : avec la propriété de Thalès.
Dans le triangle PAS :
– $K \in [PS]$
– $C \in [AS]$
– (KC) // (PA) (car ce sont des côtés opposés du rectangle $PQCA$)
D'après l'égalité de Thalès : $\dfrac{SC}{AS} = \dfrac{KC}{PA}$ soit $AS = \dfrac{SC \times PA}{KC} = \dfrac{(AS-5) \times 0,65}{0,58}$.
Les points A, C, S sont alignés dans cet ordre donc $SC = AS - 5$.
On obtient $0,58AS = (AS - 5) \times 0,65$
$0,58AS = 0,65AS - 3,25$
$0,07AS = 3,25$
$AS = \dfrac{3,25}{0,07} \approx 46$
La distance AS d'éclairage de ses feux est d'environ 46 m.

<u>Méthode 2</u> : avec la trigonométrie.
Les angles $\widehat{APK}$ et $\widehat{KPQ}$ sont complémentaires donc $\widehat{APK} \approx 90° - 0,8°$ soit environ 89,2°.

Dans le triangle APS rectangle en A :
$\tan \widehat{APS} = \dfrac{AS}{AP}$
$AS = AP \times \tan \widehat{APS} \approx 0,65 \times \tan 89,2° \approx 47$

La distance AS d'éclairage de ses feux est d'environ 47 m.

<u>Exercice 7</u> : (7 points)

1) Calculons le volume d'une botte de paille : $V = 0,9 \times 0,45 \times 0,35 = 0,141\ 75$ m^3.
Calculons le poids d'une botte de paille : $M = 0,14175 \times 90 = 12,757\ 5$ kg soit 0,012 757 5 tonnes.
On peut en déduire le prix d'une botte de paille : $P = 0,012\ 757\ 5 \times 40 \approx 0,51$ €.

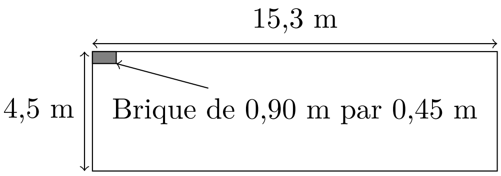
2) Commençons par déterminer la largeur JF du toît.

Dans le triangle JIF rectangle en I, d'après l'égalité de Pythagore :
$JF^2 = JI^2 + IF^2$

Le bâtiment est un prisme droit donc $AI = CG = 5$ m et $IF = AB = 3,6$ m.
Les points A, I, J sont alignés dans cet ordre donc $IJ = AJ - AI = 7,7 - 5 = 2,7$ m.

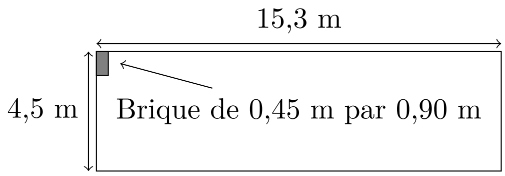
On a alors : $JF^2 = 2,7^2 + 3,6^2 = 20,25$
Finalement $JF = \sqrt{20,25} = 4,5$ m.

Déterminons le nombre de bottes de paille à mettre sur le toit.



– Pour la longueur : $15,3 \div 0,90 = 17$.
– Pour la largeur : $4,5 \div 0,45 = 10$.

Il faut commander 170 (17×10) bottes.



– Pour la longueur : $15,3 \div 0,45 = 34$.
– Pour la largeur : $4,5 \div 0,9 = 5$.

Il faut commander 170 (34×5) bottes.

3) On doit acheter 170 bottes à 0,51 € l'unité soit : $170 \times 0,51 = 86,70$ €.