Correction du Brevet Maroc juin 2011

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES :

Exercice 1 :

1) Développons A :
$A = (x-3)^2 + (x-3)(1-2x) = (x^2 - 2\times x\times 3 + 3^2) + (x - 2x^2 - 3 + 6x)$
$A = (x^2 - 6x + 9) + (-2x^2 - 3 + 7x) = x^2 - 6x + 9 - 2x^2 - 3 + 7x$

$$A = -x^2 + x + 6$$

2) Prouvons que l'expression factorisée de A est $(x-3)(-x-2)$:
$A = (x-3)^2 + (x-3)(1-2x) = (x-3)(x-3) + (x-3)(1-2x)$
Le Facteur commun est donc $(x-3)$, factorisons alors par $(x-3)$.
$A = (x-3)((x-3) + (1-2x)) = (x-3)(x-3+1-2x) = (x-3)(-x-2)$

$$A = (x-3)(-x-2)$$

3) Résolvons l'équation $A = 0$.
Pour cette résolution, il faudra prendre la forme factorisée de l'expression A.
$A = (x-3)(-x-2) = 0$ si et seulement si $(x-3) = 0$ ou $(-x-2) = 0$
$\Longrightarrow x - 3 = 0$ ou $-x-2 = 0$
$\Longrightarrow x = 3$ ou $x = -2$

$$S = \{-2; 3\}$$

Exercice 2 :

1) a) Calculons B.
$B = \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300} = \sqrt{3\times 9} + 5\sqrt{4\times 3} - \sqrt{3\times 100} = 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$

$$B = 3\sqrt{3}$$

b) Éric a calculé une valeur approchée du résultat trouvé par Sophie. Si les calculs de Sophie sont bons, Éric doit exactement trouver le même résultat.

2) Calculons l'expression C.
$C = \dfrac{10 - 2\times 9}{2} = \dfrac{10-18}{2} = \dfrac{-18}{2} = -4$

$$C = -4, \text{ c'est alors Éric qui a raison}$$

Exercice 3 :

1) Calcul de la vitesse moyenne V_m en m/s :
70 Km = 70000 m
$V_m = \dfrac{70000}{132} = 530,30$

$$V_m = 530,30 \text{ m/s}$$

1 h = 3600 s , 132 s = 0,037 h
Si V'_m la vitesse moyenne en Km/h,

$$V'_m = \frac{70}{0,037} \text{ km/h} \approx 1909,09 \text{ km/h}$$

2) a) Calcul de r + h :
$r + h = 6,4\times 10^6 + 1,9\times 10^6 = 8,3\times 10^6$

$$r + h = 8,3\times 10^6 \text{ m}$$

b) Vitesse de la Fusée :
$v = \sqrt{\dfrac{13,4\times 10^{-11}\times M}{r+h}} \Longrightarrow v = \sqrt{\dfrac{13,4\times 10^{-11}\times 6\times 10^{24}}{8,3\times 10^6}} = \sqrt{\dfrac{80,4\times 10^7}{8,3}}$

$$v = \sqrt{\frac{804\times 10^7}{83}} \text{ m/s} \approx 9842 \text{ m/s}$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES :

Exercice 1 :

Prouvons que les murs sont bien perpendiculaires :
AOB est un triangle tel que :
$OA = 60 \Longrightarrow OA^2 = 3600$, $OB = 80 \Longrightarrow OB^2 = 6400$et $AB = 1$ m $= 100$ cm $\Longrightarrow AB^2 = 10000$
$OA^2 + OB^2 = 3600 + 6400 = 10000 = AB^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, (OA) et (OB) sont perpendiculaires, les murs le sont aussi.

Exercice 2 :

1) Calcul du volume V_1 de la boule de glace :
$V_1 = \frac{4}{3}\,\pi\,R^3, V_1 = \frac{4}{3}\,\pi \times 3^3 = \frac{108}{3}\,\pi = 36\,\pi$

$$\boxed{V_1 = 36\,\pi \quad cm^3}$$

2) Calcul du volume V_2 du cône :
$V_2 = \frac{1}{3} \times R^2 \times h \times \pi$, $V_2 = \frac{1}{3} \times (2,7)^2 \times 12 \times \pi = 4 \times (2,7)^2 \times \pi = 29,16 \times \pi$

$$\boxed{V_2 = 29,16\,\pi \quad cm^3}$$

3) Conclusion :

$V_1 > V_2$, le cône ne peut pas contenir la glace.

Exercice 3 :

1) a) Les deux triangles PCT et PMW sont en situation du théorème de Thalès, $C \in [PM]$, $T \in [PW]$ et $(CT) \parallel (MW)$.
Le théorème de Thalès permet alors d'établir que :
$\frac{CT}{MW} = \frac{PC}{PM} \Longrightarrow CT = \frac{PC \times MW}{PM}$, $CT = \frac{3,78 \times 3,40}{4,20} = \frac{12,852}{4,20} = 3,06$

$$\boxed{CT = 3{,}06 \text{ m}}$$

b) Longueur de fil nécessaire L :
$L = 2 \times CT = 2 \times 3,06 = 6,12$

L = 6,12 m, les 7 mètres de fil sont largement suffisants.

2) Vérifions si la couture est parallèle à (MW) :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{PT}{PW} = \frac{1,88}{2,30} = \frac{94}{115} = \frac{188}{230} \\ \frac{PC}{PM} = \frac{3,78}{4,20} = \frac{9}{10} = \frac{207}{230} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{PT}{PW} \neq \frac{PC}{PM},$$ d'après réciproque du théorème de Thalès,

la couture n'est pas parallèle à (MW).

PROBLÈME :

Partie 1 :

1) Mesure de GF :
CGF est un triangle rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, nous avons :
$GF^2 = CG^2 + CF^2 \Longrightarrow GF^2 = 1 + 1 = 2 \Longrightarrow GF = \sqrt{2}$

$$\boxed{GF = \sqrt{2} \text{ m}}$$

2) Soit x, la distance à laquelle on doit déplacer les étagères pour que FG soit égale à 1 m :
Le théorème de Pythagore permet d'écrire que : $x^2 + x^2 = 1 \Longrightarrow 2\,x^2 = 1 \Longrightarrow x^2 = \frac{1}{2}$
$x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

On doit alors déplacer les étagères de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m

Partie 2 :

1) Soit D le débit de connexion :

$D = \dfrac{3,5}{7} = 0,5$

$$\boxed{D = 0,5 \text{ Mo/s}}$$

2) Tableau à compléter :

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19,00 €	19,00 €	19,00 €
Tarif B	10 €	20 €	30,00 €
Tarif C	13 €	18,00 €	23 €

3) a) La fonction $x \longmapsto 8 + 0,05\,x$ correspond au tarif C.

b) C'est une fonction affine.

4) Voire le l'annexe :

5) À partir de 120 élèves, le tarif A est plus intéressant que le tarif C.

6) C'est le tarif C qui est plus intéressant pour l'école.

Partie 3 :

Nombre d'emprunts en novembre 2010 :	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves :	39	30	36	23	20	22	18	10	11
Effectifs cumulés croissants :	39	69	105	128	148	170	188	198	209

1) Soit $\overline{x}$ le nombre moyen d'emprunt par élève :

$\overline{x} = \dfrac{30 + 2 \times 36 + 3 \times 23 + 4 \times 20 + 5 \times 22 + 6 \times 18 + 7 \times 10 + 8 \times 11}{209} = \dfrac{627}{209} = 3$

$$\boxed{\overline{x} = 3}$$

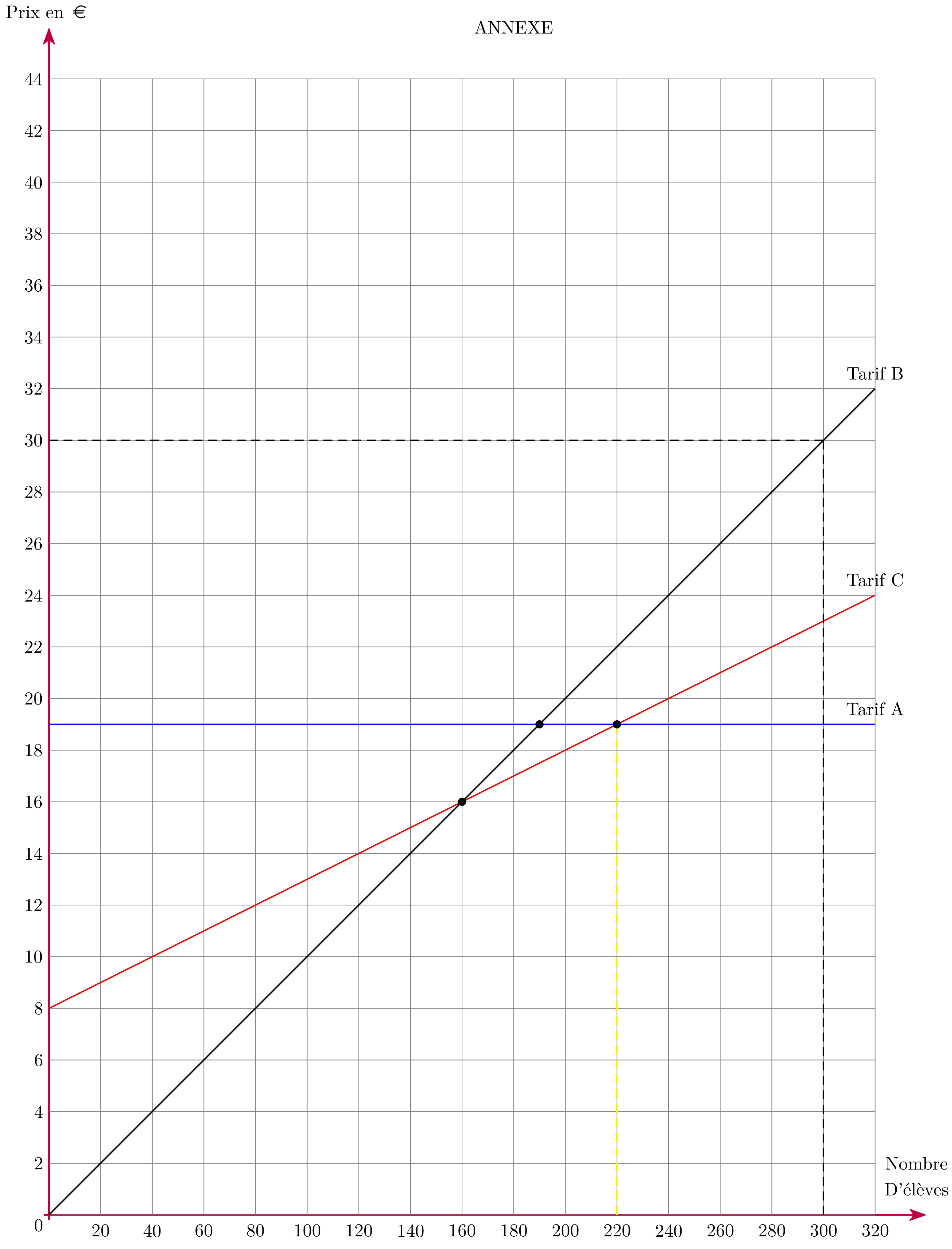
2) L'effectif total étant 209 la médiane M_e est 2.
En partageant la série statistique en deux séries de même effectif, on aura de part et d'autre du 105$^{\text{ème}}$ élève un effectif de 104 élèves. La ligne des effectifs cumulés croissants permet de voir clairement que la modalité associée au 105$^{\text{ème}}$ élève est 2.

Partie 4 :

1) Il y a trois bandes-dessinées et deux albums dans le colis, la probabilité de tirer une bandes-dessinées est de $\boxed{\dfrac{3}{5}}$.

2) Après le premier tirage, il reste trois bandes-dessinées et un album dans le colis, la probabilité de tirer une bandes-dessinées est de $\boxed{\dfrac{3}{4}}$.

ANNEXE


Prix en €
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
260
280
300
320
Tarif B
Tarif C
Tarif A
Nombre
D'élèves