CORRECTION DU BREVET 2009

Troisième	**Liban**

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

$$A = 2\times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2\times 10^{-2}$$

1) $A = 2\times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2\times 10^{-2} = 200 + 10 + 0,1 + 0,02 = 210,12$. Donc $\boldsymbol{A = 210,12}$.

2) D'après la question précédente, $\boldsymbol{A = 2,1012 \times 10^2}$.

3) D'après le 1), $\boldsymbol{A = 21012 \times 10^{-2}}$.

4) $A = 210 + 0,12 = 210 + \frac{12}{100} = 210 + \frac{3\times \cancel{4}}{25\times \cancel{4}} = 210 + \frac{3}{25}$. Donc $\boldsymbol{A = 210 + \frac{3}{25}}$.

Exercice 2

1) L'effectif total est $N = 9$. Or $\frac{N}{2} = 4,5$, alors la médiane Me de la série est la 5ème valeur.

Donc $\boldsymbol{Me = 12}$.

$\bar{x} = \frac{7 + 8\times 2 + 12\times 2 + 14 + 15\times 2 + 41}{9} = \frac{132}{9} = \boldsymbol{\frac{44}{3} \approx 14,7}$.

Par conséquent, **la réponse correcte est la C**.

2) Diminuer un prix de 15 % revient à multiplier ce prix par $1 - \frac{15}{100}$, c'est-à-dire 0,85.

Par conséquent, **la réponse correcte est la C**.

3) Si $x = -3$, alors $A = -2\times(-3)^2 = -2\times 9 = -18$. Donc, **la réponse correcte est la B**.

4) $(2x+1) - (x-3) = 0$ équivaut à $2x + 1 - x + 3 = 0$, c'est-à-dire $x + 4 = 0$?

Alors l'équation $(2x+1) - (x-3) = 0$ admet une solution $x = -4$.

Par conséquent, **la réponse correcte est la C**.

Exercice 3

$$A = \frac{1}{4}\left[(a+b)^2 - (a-b)^2\right]$$

1) Si $a = 1$ et $b = 5$, alors $A = \frac{1}{4}\left[(1+5)^2 - (1-5)^2\right] = \frac{1}{4}\left[6^2 - (-4)^2\right] = \frac{1}{4}[36 - 16] = \frac{1}{4}\times 20 = 5$.

Donc $\boldsymbol{A = 5}$ **pour** $\boldsymbol{a = 1}$ **et** $\boldsymbol{b = 5}$.

2) Si $a = -2$ et $b = -3$, alors

$A = \frac{1}{4}\left[(-2-3)^2 - (-2+3)^2\right] = \frac{1}{4}\left[(-5)^2 - 1^2\right] = \frac{1}{4}[25 - 1] = \frac{1}{4}\times 24 = 6$.

Donc $\boldsymbol{A = 6}$ **pour** $\boldsymbol{a = -2}$ **et** $\boldsymbol{b = -3}$.

3) $A=\frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]=\frac{1}{4}\left[(a+b)+(a-b)\right]\left[(a+b)-(a-b)\right]$ car $X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y)$.

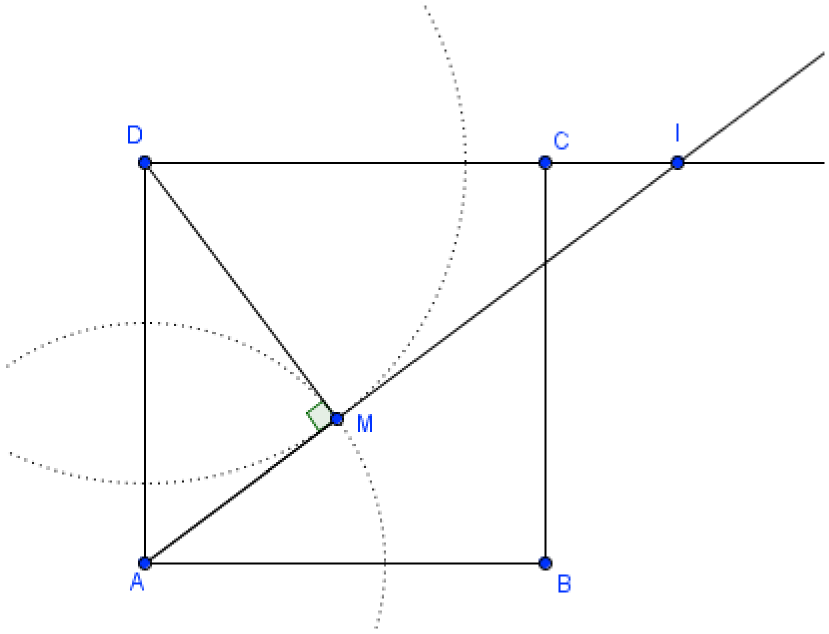
Alors $A=\frac{1}{4}[a+b+a-b][a+b-a+b]=\frac{1}{4}\times(2a)\times(2b)=\frac{4ab}{4}=ab$.

Donc **Alex a raison : le nombre *A* est égal au produit des nombres *a* et *b***.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

1)



2) $AM^2 + MD^2 = 2,4^2 + 3,2^2 = 5,76 + 10,24 = 16$ et $AD^2 = 4^2 = 16$.

Comme $AM^2 + MD^2 = AD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle *AMD* est rectangle en *M***.

3) Dans le triangle AMD rectangle en M, $\cos\left(\widehat{DAM}\right) = \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{2,4}{4} = 0,6$.

On en déduit que **la mesure de l'angle $\widehat{DAM}$ est d'à peu près 53°**.

4) Dans le triangle $AD\mathcal{I}$ rectangle en D, $\tan\left(\widehat{DA\mathcal{I}}\right) = \dfrac{D\mathcal{I}}{DA} = \dfrac{D\mathcal{I}}{4}$.

Comme $\mathcal{I}$ appartient à la demi-droite $[AM)$, alors $\tan\left(\widehat{DA\mathcal{I}}\right) = \tan\left(\widehat{DAM}\right) = \tan(53°)$.

On en déduit que $D\mathcal{I} = 4\tan(53°) \approx 5,3$. Donc **la longueur D$\mathcal{I}$ mesure à peu près 5,3 cm**.

Exercice 2

1) **Le volume de cette ficelle cylindrique est égal à** $\pi \times (0,5)^2 \times h$, c'est-à-dire à **$0,0025 \times \pi \times h$ cm^3**.

2) Le volume de la pelote est égal à $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 30^3$.

Or $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 30^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 27000 = \dfrac{4 \times \cancel{3} \times 9000}{\cancel{3}} \times \pi = 36000 \times \pi$.

Donc le volume de la pelote est égal à **$36\,000 \times \pi$ cm^3**.

3) Comme on suppose que la ficelle est enroulée de manière qu'il n'y ait aucun vide dans la pelote, d'après les questions précédentes, $0,0025 \times \pi \times h = 36000 \times \pi$.

Or $0,0025 \times \pi \times h = 36000 \times \pi$ équivaut à $h = \dfrac{36000 \times \cancel{\pi}}{0,0025 \times \cancel{\pi}} = 1,44 \times 10^7 = 144 \times 10^5$ cm.

Or 1 km = 10^5 cm ; alors, $h = 144$ km.

Par conséquent, **la longueur de la ficelle est égale à 144 km**.

4) D'après l'énoncé, il y a 295 élèves dans le collège d'Annie. Chacun possédant une pelote, la longueur de ficelle obtenue en déroulant toutes les pelotes et en les reliant bout à bout, est égale à 295×144 km, c'est-à-dire 42 480 km.
Or le tour de l'équateur terrestre mesure $2 \times \pi \times 6400$ km, c'est-à-dire environ 40 212 km.
Donc **Annie a raison de dire que l'on pourrait faire le tour de l'équateur terrestre avec toutes les pelotes du collège**.

III – PROBLÈME (12 points)

Partie *A* :

1) Dans le triangle *ABC*, *M* appartient à $[CB]$, *N* appartient à $[CA]$ et les droites (MN) et (CB) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{CM}{CB}=\frac{CN}{CA}=\frac{MN}{BA}$$

D'où : $\frac{50}{80}=\frac{MN}{60}$. Par suite $\boldsymbol{MN}=\frac{50\times 60}{80}=\frac{300}{80}=\mathbf{37{,}5}$.

2) $aire(CMN)=\frac{CM\times MN}{2}=\frac{50\times 37{,}5}{2}=937{,}5$.

Donc **l'aire du triangle *CMN* mesure 937,5 m^{2}**.

$aire(ANMB)=\frac{(AB+MN)\times BM}{2}=\frac{(60+37{,}5)\times(80-50)}{2}=\frac{97{,}5\times 30}{2}=1462{,}5$.

Donc **l'aire du trapèze *ANMB* mesure 1462,5 m^{2}**.

On en déduit que **l'aire du trapèze *ANMB* est supérieure à l'aire du triangle *CMN***.

3) Pour que les deux aires soient égales, il faut que l'aire du triangle augmente et que celle du trapèze diminue, il faut donc déplacer *M* vers *B*.

Pour que les deux aires soient égales, il faut placer le point *M* à plus de 50 m de *C*.

Partie B :

1) a) D'après la question 1) de la partie A, on a : $\frac{CM}{CB}=\frac{CN}{CA}=\frac{MN}{BA}$.

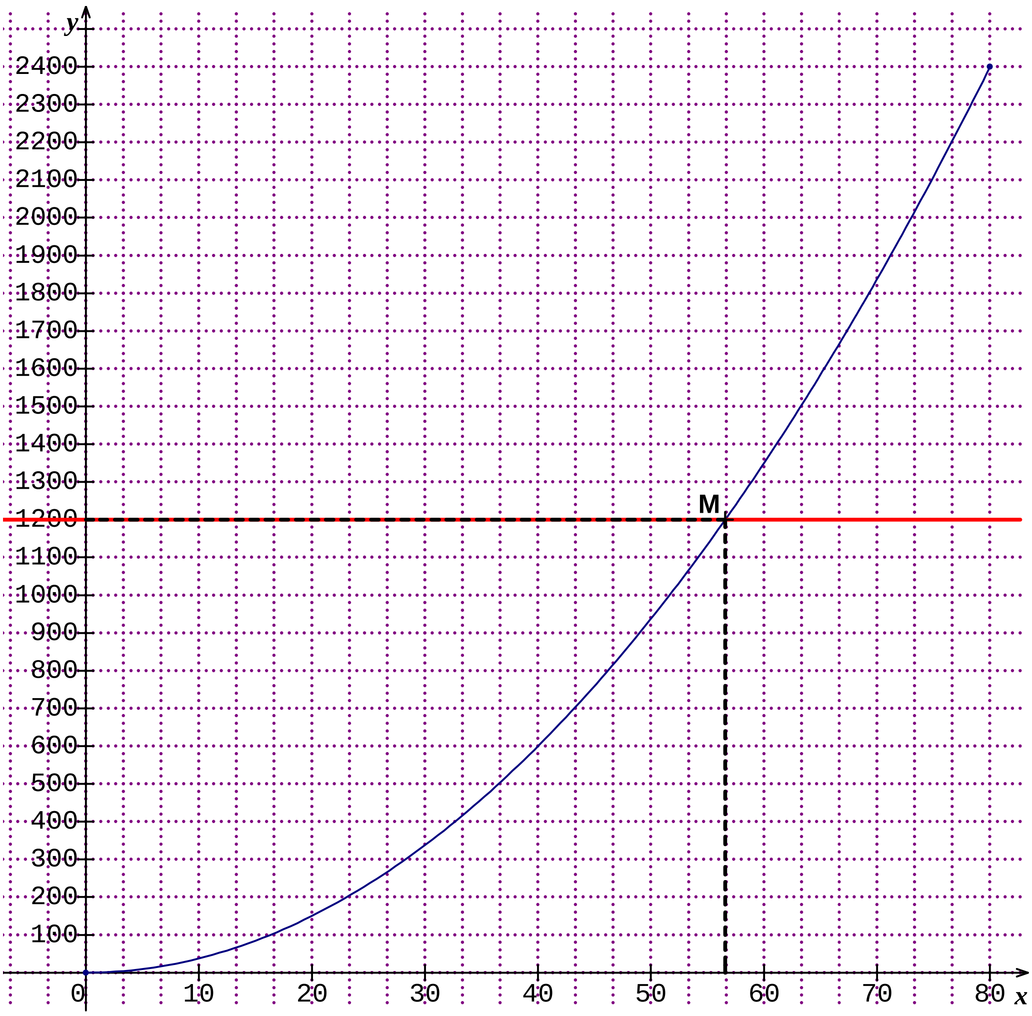
D'où : $\frac{x}{80}=\frac{MN}{60}$. Par suite $\boldsymbol{MN}=\frac{x\times 60}{80}=\frac{60}{80}\times x=\boldsymbol{\frac{3}{4}x}$.

2) $\boldsymbol{aire(CMN)}=\frac{x\times\frac{3}{4}x}{2}=\frac{3x^2}{4}\times\frac{1}{2}=\boldsymbol{\frac{3x^2}{8}}$.

3) a) On sait que l'aire du terrain est égale à 2 400 m^{2}, c'est-à-dire que la somme de l'aire du trapèze *ANMB* et de l'aire du triangle *CMN* est égale à 2 400 m^{2}.

Donc, lorsque les aires du trapèze et du triangle sont égales, on pourra en déduire que le double de l'aire du triangle est égale à 2 400 m^{2}, et par suite, l'aire du triangle *CMN* sera égale à 1 200 m^{2}.

Construisons donc sur le graphique la droite d'équation $y=1200$, et cherchons l'abscisse du point d'intersection de la courbe représentant la fonction *f* et de la droite.



b) On est amené à résoudre l'équation $\frac{3}{8}x^2 = 1200$.

Or $\frac{3}{8}x^2 = 1200$ équivaut à $x^2 = 1200 \times \frac{8}{3} = \frac{9600}{3} = 3200$.

Comme x appartient à l'intervalle $[0\ ;\ 80]$, alors

$x = \sqrt{3200} = \sqrt{2 \times 16 \times 100} = \sqrt{2} \times \sqrt{16} \times \sqrt{100} = \sqrt{2} \times 4 \times 10 = 40\sqrt{2}$

Par conséquent, **les deux parcelles ont la même aire lorsque $x = 40\sqrt{2}$**.

c) On en déduit que : $MN = \frac{3}{4} \times \left(40\sqrt{2}\right) = \frac{3 \times \cancel{4} \times 10\sqrt{2}}{\cancel{4}} = \mathbf{30\sqrt{2} \approx 42{,}4\ m}$.

Partie *C* :

1) L'aire d'une briquette est égale à $0{,}2 \times 0{,}1$ m^2, c'est-à-dire à 0,02 m^2.

L'aire du muret est égale à 42,4 m^2 $(42{,}40 \times 1)$.

Or $42{,}4 \div 0{,}02 = 2120$. Donc **il faut 2 120 briquettes pour construire ce muret**.

2)

briquettes	euros
20	35
2120	x

On en déduit que $20x = 2120 \times 35$.

D'où : $x = \frac{74200}{20} = 3710$.

Donc **le muret coûtera 3 710 euros**.